

1.2 Brückenplanung

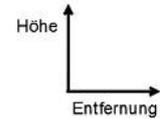
Titel	V2 – 1-2 Brückenplanung
Version	Mai 2011
Themenbereich	Vorbereitung des Steigungsbegriffs
Themen	Durchschnittliche Steigungen
Rolle des CAS	Zeichnen von Punkt-Graphen Berechnungen mit der Tabellenkalkulation
Methoden Hinweise	Einführungsaufgabe Die Aufgabe dient der Vorbereitung des Steigungsbegriffs. Die notwendigen Fertigkeiten im Umgang mit dem CAS können hier (sofern noch nicht vorhanden) eingeführt werden. Das Übertragen der vielen Tabellenwerte ist aufwendig und kann ggf. durch Datenübertragung abgekürzt werden. Alternativ kann die Erstellung der Tabelle als vorbereitende Hausaufgabe von den Schülerinnen und Schülern angefertigt werden.
Quelle	Diese Aufgabe ist eine Abwandlung der Aufgabe <i>Brückenprofil</i> aus mathe „open end“ Materialien für den Einsatz von Grafikrechnern und Computeralgebra Teil 1 Differenzialrechnung, westermann, Braunschweig 2001. Auch der Lageplan ist dort entnommen.
Zeitlicher Rahmen	2 Schulstunden

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

Eine neue Autobrücke über einen kleinen Wasserlauf wird geplant. Aufgrund der örtlichen Gegebenheiten haben Bauplaner das folgende Profil der neuen Brücke erstellt.

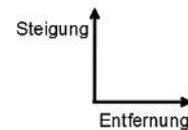
Weg in m	0	50	100	161	200	256	300	325	350	362	375	400	450	482	525	550	605	699
Höhe in m	6,0	6,1	6,2	6,7	7,2	8,9	10,9	12,0	13,0	13,5	14,1	14,8	14,5	13,9	12,3		9,3	7,4

- a. Zeichnen Sie einen „Datenplot“ zu den oben angegebenen Werten der Überführungs-Profilkurve mit Ihrem CAS, also ein Entfernung-Höhe-Diagramm. Skalieren Sie sinnvoll und übertragen Sie den Graphen als Skizze in Ihre Unterlagen



- b. Treffen Sie eine Aussage zu dem fehlenden Wert. Beschreiben Sie den Straßenverlauf.
- c. Die Baurichtlinien sehen vor, dass eine solche Straßenüberführung Steigungswerte von 4,5 % nicht überschreiten darf. Prüfen Sie, ob diese Bestimmung überall eingehalten worden ist.

- d. Entwickeln und zeichnen Sie einen Steigungsgraphen, d. h. zeichnen Sie ein Weg-Steigungs-Diagramm.

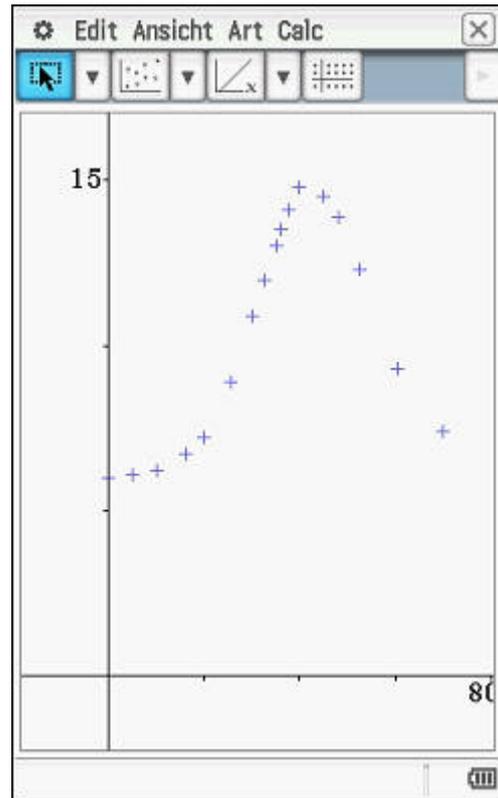


- e. Begründen Sie, dass der Steigungsgraph aus dem Aufgabenteil d) die reale Situation nur unzureichend wiedergibt.
- f. Beschreiben Sie ein Verfahren zur Berechnung der Steigung und zur Zeichnung eines realistischen Steigungsgraphen mit eigenen Worten. Erläutern Sie, was an zusätzlichen Informationen benötigt wird.

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

- a. Der Datenplot ergibt etwa folgendes Bild:

	A	B	C
1	0	6	
2	50	6.1	
3	100	6.2	
4	161	6.7	
5	200	7.2	
6	256	8.9	
7	300	10.9	
8	325	12	
9	350	13	
10	362	13.5	
11	375	14.1	
12	400	14.8	
13	450	14.5	
14	482	13.9	
15	525	12.3	
16	550		



- b. Der fehlende Wert wird vermutlich in dem Intervall [11,3m ; 11,4 m] liegen. Eine exakte Angabe ist aufgrund des vorliegenden Datenmaterials nicht möglich. „Ausreißer“ nach oben oder unten sind ebenfalls möglich – es würde dann z. B. zu einer Erhebung innerhalb des betrachteten Längenintervalls kommen.

- c. Die Steigung kann hier nur als durchschnittliche Steigung zwischen zwei Tabellenwerten bestimmt werden, also der Anstieg der Verbindungsstrecke

$$\text{zweier gegebener Punkte: } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} .$$

Dieses lässt sich mit einer Tabellenkalkulation verwirklichen.

In der Spalte A ist die Entfernung, in der Spalte B die Höhe und in der Spalte C die durchschnittliche Steigung. Die Steigungswerte wurden am Ende des jeweiligen Intervalls abgetragen.

Der Tabelle bzw. dem Graphen (siehe Teil d) kann man entnehmen, dass schon die durchschnittliche Steigung die bautechnische Grenze von 4,5 % erreicht bzw. überschreitet

(Im Intervall [362;375] beträgt die Durchschnittssteigung ca. 4,615%).

Im Unterrichtsgespräch kann an dieser Stelle problematisiert werden, dass die reale (momentane) Steigung durchaus den (Grenz-) Wert überschreiten kann, auch wenn die durchschnittliche Steigung zwischen zwei Punkten darunter verläuft.

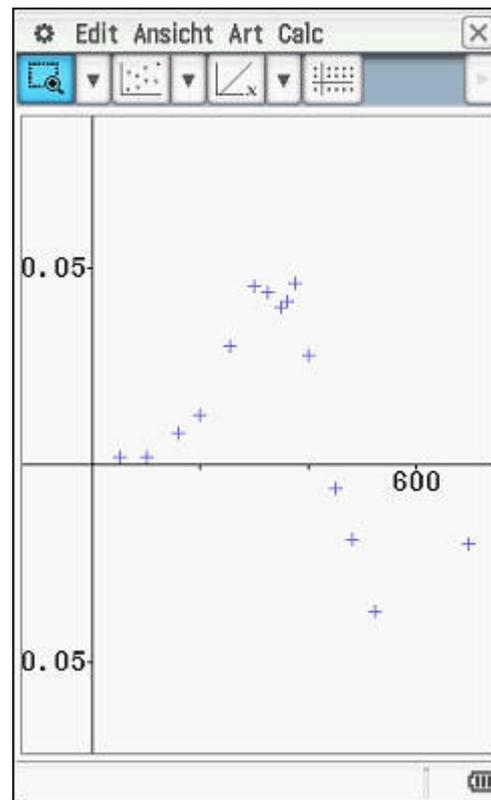
	A	B	C
1	Entfern...	Höhe	Steigung
2	0	6	
3	50	6.1	2E-3
4	100	6.2	2E-3
5	161	6.7	8.20E-3
6	200	7.2	0.01282
7	256	8.9	0.03036
8	300	10.9	0.04545
9	325	12	0.044
10	350	13	0.04
11	362	13.5	0.04167
12	375	14.1	0.04615
13	400	14.8	0.028
14	450	14.5	-6E-3
15	482	13.9	-0.0188
16	525	12.3	-0.0372

=(B7-B6)/(A7-A6)
C7 0.03035714286

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

d.

	B	C	D
1	Höhe	Entfern ...	Steigung
2	6	0	
3	6.1	50	2E-3
4	6.2	100	2E-3
5	6.7	161	8.20E-3
6	7.2	200	0.01282
7	8.9	256	0.03036
8	10.9	300	0.04545
9	12	325	0.044
10	13	350	0.04
11	13.5	362	0.04167
12	14.1	375	0.04615
13	14.8	400	0.028
14	14.5	450	-6E-3
15	13.9	482	-0.0188
16	12.3	525	-0.0372



Die Grafik gibt einen diskreten Steigungsgraphen wieder. Die Werte wurden jeweils am Ende des jeweiligen Intervalls abgetragen. Alternativ kann eine Treppenfunktion über den Intervallen zwischen jeweils zwei Argumenten eingezeichnet werden.

Als Steigungsfunktion kann auch z. B. eine stückweise lineare Funktion angegeben werden.

Die waagerechten Linien entsprechen Steigungen von $\pm 4,5\%$.

e. Es ist nicht klar, was „zwischen“ den einzelnen Wegabständen passiert. Es sind durchschnittliche Steigungen und keine tatsächlichen Steigungen bestimmt worden.

f. Gemeint ist die Berechnung immer „feinerer“ Durchschnittssteigungen bis zur Entwicklung der tatsächlichen Steigungen, also der Tangentensteigungen. Man benötigt also viel mehr Daten, z. B. die Höhen in Wegabständen von einem Meter.